



Demo-Programmierung unter Windows 95/98

# Welten aus Lichtstrahlen

Praktisch alle Rendering-Pakete arbeiten mit Raytracing, also mit Lichtstrahlenverfolgung. Mit etwas Mathematik folgen Sie einem Lichtstrahl bis zur 20. Spiegelung.

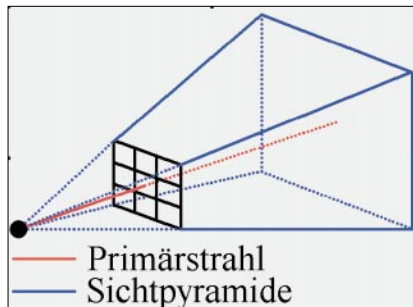
CARSTEN DACHSBACHER/  
NILS PIPENBRINCK

**R**aytracing berechnet eindrucksvolle Bilder einer mathematischen Welt. Diese künstliche Welt basiert auf der Idee, einen Lichtstrahl zurückzuverfolgen, der eine imaginäre Kamera erreicht.

Die Lichtstrahlen können zum Beispiel auf Objekte treffen, deren Material Licht absorbiert, reflektiert bzw. teilweise oder ganz hindurchläßt. Andere Materialien wiederum kombinieren beliebige dieser Eigenschaften.

## ■ Prinzip des rekursiven Raytracing

Der Betrachter in der mathematischen Welt blickt durch ein Beobachtungsfenster, dessen reales Pendant Ihr Monitor darstellt. Sie können sich Raytracing dann so vorstellen, daß durch jeden Pi-



**DAS LICHT**, das Sie durch einen Pixel Ihres Monitors sehen, stellen Sie sich als Primärstrahl vor.

xel Ihres Monitors ein Lichtstrahl zu Ihnen dringt. Sie wollen nun berechnen, welche Farbe dieses Licht hat. Diese Strahlen sind die sogenannten Primärstrahlen.

Stellen Sie sich vor, daß ein Strahl, den Sie zurückverfolgen, sich eventuell an einer Oberfläche teilt. Da ein Teil seines Lichts absorbiert, ein anderer Teil reflektiert wird, liegt es nahe, Raytracing rekursiv zu berechnen, also eine Berechnung zu wählen, die sich selbst wieder aufruft. Das Problem, festzustellen, an welcher Oberfläche der Lichtstrahl auftrifft, hört sich unbedeutend an, ist aber der rechenintensivste Teil der Raytracing-Methode.

Wie sich Strahlen aufteilen können, sehen Sie in einer Aufsicht auf drei Kugeln. Der graue Primärstrahl fällt auf die Szene, blau reflektieren die Sekundärstrahlen. Rot symbolisierte Strahlen entstehen durch Lichtbrechung und Transparenz.

Die grün eingezeichneten Vektoren sind die Oberflächennormalen: Diese kennzeichnen jeweils den Vektor, der senkrecht auf einem Punkt der Oberfläche steht. Mit den Normalen berechnen Sie später die Beleuchtung. Die gepunkteten Linien heißen Schattenstrahlen.

Da die Berechnung rekursiv erfolgt, sich also selbst wieder aufruft, unterscheiden Sie verschiedene Rekursionstiefen. Diese verwenden Sie hauptsächlich, um die Berechnungen an einer bestimmten Tiefe abubrechen. Stellen Sie sich vor, Sie verfolgen einen Lichtstrahl, der zwischen zwei perfek-

ten Spiegeln hin- und herreflektiert wird. Die Berechnungsroutine würde sich immer wieder selbst aufrufen und nie stoppen.

Darum legen Sie bei Raytracing eine maximale Rekursionstiefe fest: Sie verfolgen einen Lichtstrahl nur bis zu einer bestimmten, festgelegten Spiegelung. Die Berechnungsroutine veranschaulicht der Pseudocode *raytrace.rechne* (Listing 1).

## ■ Mathematische Grundlagen

Mathematische Grundlagen führen tiefer in das Thema hinein. Punkte im dreidimensionalen Raum geben Sie durch Ihre x-, y- und z-Komponenten an. Den Vektor  $\vec{x}$  beschreiben Sie also mit

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$$

Mit einem Vektor bestimmen Sie einen Ort (Ortsvektor) oder legen eine Richtung fest. Aus einem Startpunkt  $\vec{s}$  und einer Richtung  $\vec{r}$  definieren Sie mit  $t$  als reeller Zahl eine Gerade eindeutig im Raum:

$$\vec{x} = \vec{s} + t \cdot \vec{r}$$

Wenn zusätzlich

$$t > 0$$

gilt, handelt es sich um eine Halbgerade, also um den Teil der Geraden, der vom Antragspunkt aus dem Richtungsvektor folgt. Diese Rechnungen operieren mit Vektoraddition und Subtraktion:

$$\vec{x} + \vec{y} = (x_1+y_1, x_2+y_2, x_3+y_3)$$

$$\vec{x} - \vec{y} = (x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3)$$

Für weitere Berechnungen benötigen Sie den Betrag eines Vektors, also seine Länge. Diese berechnen Sie mit der dreidimensionalen Variante nach Pythagoras:

$$|\vec{x}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

Zusätzlich benötigen Sie das Skalarprodukt, wofür Sie das Zeichen  $\cdot$  definieren:

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_3$$

Sie erhalten also aus zwei Vektoren eine reelle Zahl. Das Skalarprodukt bringt noch weitere Eigenschaften mit:

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos(\phi)$$

$\phi$  stellt dabei den Winkel zwischen den beiden Vektoren dar. Mit dem Skalarprodukt berechnen Sie auch die Beleuchtung.

Die letzte Vektoroperation ist das Vektor- oder Kreuzprodukt. Wenn Sie zwei Vektoren mit dem Vektorprodukt verknüpfen, erhalten Sie einen dritten Vektor, der senkrecht auf der von den zwei Vektoren aufgespannten Ebene steht. Es gilt:

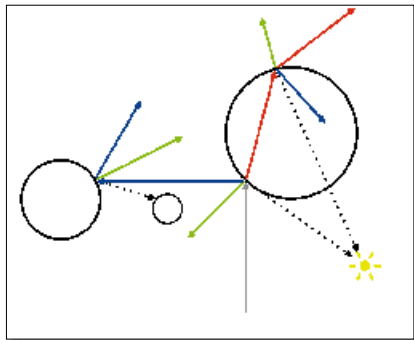
$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2, x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3, x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)$$



Eine weitere Grundlage für dieses Raytracer-Projekt ist die Matrizenrechnung. Stark vereinfacht können Sie eine Matrix als einen Kasten voller Zahlen bezeichnen, der verknüpft mit einem Vektor eine geometrische Transformation darstellt. Solche Transformationen können zum Beispiel Drehungen, Verschiebungen oder Skalierungen sein.

Durch Multiplikation zweier Matrizen erhalten Sie eine neue Matrix, die die beiden Transformationen der Ausgangsmatrizen enthält. Dabei ist die Reihenfolge natürlich entscheidend, denn es macht einen Unterschied, ob Sie einen Vektor zuerst drehen und dann verschieben – oder umgekehrt.

An dieser Stelle konzentrieren Sie sich lediglich auf die Anwendung von Matrizen. Im Sourcecode des Raytracers finden Sie alle entsprechenden Routinen, die Sie zur Matrizenrechnung benötigen. Wenn Sie eine Matrix einfach als



**RAYTRACING RECHNET** mit Primär- und Sekundärstrahlen, Lichtbrechung, Transparenz und Oberflächennormalen.

Transformation ansehen, können Sie diese Routinen verwenden, ohne sich länger mit der Theorie beschäftigen zu müssen.

## Das Kameramodell

Die virtuelle Kamera ist eine erste Anwendung der Matrizenrechnung. Für die einfachere Berechnung der Primärstrahlen soll die Kamera immer auf der negativen z-Achse des Koordinatensystems liegen. Da sie aber frei positionierbar sein soll, müssen sich die anderen Objekte in der mathematischen Welt entsprechend bewegen.

Sie bewegen und drehen die mathematische Welt also so, daß die Kamera auf der z-Achse steht. Die Berechnungsschritte dazu finden Sie in der Routine `rtcamera.cpp` auf der Heft-CD in der Funktion ab Zeile 314:

```
RTCamera :: BuildMatrix()
```

Wenn Sie eine Kamera durch eine Position und einen Punkt, auf den Sie zeigt, festgelegt haben, arbeiten Sie drei Schritte ab:

- Sie berechnen die Verschiebungsmatrix, damit der Zielpunkt in den Ursprung „rutscht“.
- Sie berechnen die Drehungsmatrix, um den Startpunkt auf die z-Achse zu rotieren, wobei Sie um den Zielpunkt drehen.
- Sie multiplizieren die Matrizen.

Das Resultat transformiert alle in der mathematischen Welt vorhandenen Ortsangaben, also die Ortsvektoren.

Alle Ortsangaben beziehen sich nun auf die neue mathematische Kameraposition. Diese befindet sich auf einem beliebigen Punkt wie  $(0,0,-z)$  und blickt in Richtung des Ursprungs  $(0,0,0)$ .

Mit diesem Wissen und einem gegebenen Öffnungswinkel der Sichtpyramide berechnen Sie die Primärstrahlen:

```
float Breite =  
tan(OeffnungswinkelHorizontal);  
float Hoehe =  
tan(OeffnungswinkelVertikal);  
for (y = 0; y < Zeilen; y++)  
for (x = 0; x < Spalten; x++)  
{PixPos.x=(2*x/  
Bildschirmbreite-1)*Breite*(-z)  
PixPos.y=(2*y/  
Bildschirmhoehe-1)*Hoehe*(-z)  
PixPos.z = 0;  
Ray = PixPos - (0, 0, -z)  
Pixel(x, y) =Raytrace(Ray, 1) }
```

## Schnittpunktberechnung

Die Schnittpunktberechnungen sind der wichtigste und rechenzeitaufwendigste Teil eines Raytracers. Es gilt also, diese möglichst effizient zu berechnen und ihre Zahl klein zu halten.

Bei den folgenden Herleitungen gehen Sie immer davon aus, daß Sie eine Halbgerade durch ihren Startpunkt  $\vec{g}$  und ihren Richtungsvektor  $\vec{dg}$  bestimmen. Sie können also die Geradengleichung mit  $t$  als beliebiger Zahl aufstellen:

$$\vec{x} = \vec{g} + t * \vec{dg}$$

Für die Halbgeraden gilt wieder  $t > 0$

## Die Ebene

Das einfachste geometrische Primitiv für einen Raytracer ist die Ebene: Sie stellen also fest, ob ein Strahl eine Ebene schneidet. Eine Ebene im Raum legen Sie eindeutig durch drei (Antrags-) Punkte fest. Diese Darstellung haben wir zur Eingabe in der Skriptsprache gewählt.

Für das Raytracing-Programm überführen Sie diese Darstellung in die sogenannte Hessesche Normalform (HNF). Diese verwendet die Normale auf einer

Ebene und ihren Abstand zum Koordinatenursprung. Ist die Ebene durch die Punkte  $\vec{x1}$ ,  $\vec{x2}$  und  $\vec{x3}$  gegeben, so erhalten Sie die Normale mit folgender Formel:

$$\vec{a} = \vec{x2} - \vec{x1}$$

$$\vec{b} = \vec{x3} - \vec{x1}$$

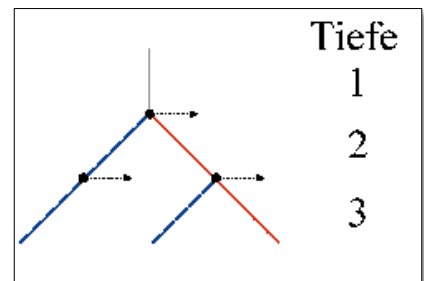
$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$$

Nach dem Kreuzprodukt  $\vec{n}$  müssen Sie die Normale noch normalisieren, das heißt sie auf die Länge 1 bringen. Dazu teilen Sie jede Komponente von  $\vec{n}$  durch ihren Betrag.

Den Abstand der Ebene vom Ursprung erhalten Sie, indem Sie einen beliebigen Antragspunkt auf die Normale projizieren. Diesen Vorgang erledigen Sie mit dem Skalarprodukt:

$$\text{abstand} = \vec{n} * \vec{x1}$$

Das Resultat dieser Vorberechnungen verdeutlicht eine Formel, in der alle



**IN DER REKURSIONSTIEFE 3** verfolgen Sie einen Lichtstrahl bis zur dritten Spiegelung.

Punkte  $\vec{x}$ , die sich auf dieser Ebene befinden, folgende Gleichung erfüllen:

$$\vec{n} * \vec{x} = \text{abstand} \text{ (HNF)}$$

Der mathematische Trick ist nur, daß  $\vec{x}$  in der HNF durch die Geradengleichung zu ersetzen. Sie erhalten dann

$$\vec{n} * (\vec{g} + t * \vec{dg}) = \text{abstand}$$

Alle Parameter außer  $t$  sind Ihnen in dieser Gleichung bekannt. Durch das  $t$  können Sie den Schnittpunkt bestimmen. Also lösen Sie die Gleichung nach  $t$  auf:

$$\vec{n} * \vec{g} + \vec{n} * t * \vec{dg} = \text{abstand}$$

$$t * \vec{n} * \vec{dg} = \text{abstand} - \vec{n} * \vec{g}$$

$$t = (\text{abstand} - \vec{n} * \vec{g}) / (\vec{n} * \vec{dg})$$

Die Gerade hat nur einen Schnittpunkt mit der Ebene, wenn der Term  $(\vec{n} * \vec{dg})$  ungleich Null ist. Andernfalls könnten Sie die Gleichung auch nicht lösen, da eine Division durch Null vorläge.

Setzen Sie das soeben berechnete  $t$  wieder in die Gleichung ein, erhalten Sie den Schnittpunkt:

$$\vec{s} = \vec{g} + t * \vec{dg}$$

Dieser ist nur interessant, wenn

$$t > 0$$

ist, da er sich sonst auf der „falschen“

Seite der Halbgeraden befindet, also zum Beispiel hinter dem Betrachter.

## ■ Die Kugel

Das zweite Primitiv, das wir Ihnen in diesem ersten Teil des Raytracers vorstellen, ist die Kugel. Eine Kugel legen Sie durch Mittelpunkt und Radius fest. Der Radius ist der Abstand vom Mittelpunkt. Also müssen alle Punkte auf der Kugeloberfläche, welche für uns von Interesse sind, diesen Abstand vom Kugelmittelpunkt haben.

Den Abstand zweier Punkte im Raum berechnen Sie mit

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (ax, ay, az) \\ \vec{b} &= (bx, by, bz) \\ \text{abstand} &= \sqrt{ax*bx + ay*by + az*bz} \\ &= \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{b}}\end{aligned}$$

Wenn Sie also die Kugel durch ihren Mittelpunkt  $\vec{m}$  und ihren Radius  $r$  definiert haben, erfüllen alle Punkte  $\vec{x}$  auf ihrer Oberfläche die Gleichung

$$\sqrt{(\vec{x} - \vec{m}) \cdot (\vec{x} - \vec{m})} = \text{radius}$$

Der Vektor  $\vec{d}$  geht vom Mittelpunkt zum variablen Punkt  $\vec{x}$ :

$$\vec{d} = (\vec{m} - \vec{x})$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned}\sqrt{(\vec{m} - \vec{x}) \cdot (\vec{m} - \vec{x})} &= \text{radius} \\ &= \text{radius}\end{aligned}$$

Bei dieser Gleichung können Sie nicht einfach die Wurzel mit dem vermeintlich quadratischen Term darunter auflösen. Denn  $(\vec{m} - \vec{x})$  stellt einen Vektor dar, während  $(\vec{m} - \vec{x}) \cdot (\vec{m} - \vec{x})$  eine reelle Zahl ist.

Auch in dieser Gleichung müssen Sie  $\vec{x}$  ersetzen, um den Schnittpunkt zu erhalten, aber vorher quadrieren Sie sie:

$$\begin{aligned}(\vec{m} - \vec{x}) \cdot (\vec{m} - \vec{x}) &= \text{radius}^2 \\ (\vec{m} - (\vec{q} + t \cdot \vec{d})) \cdot (\vec{m} - (\vec{q} + t \cdot \vec{d})) &= \text{radius}^2 \\ (\vec{m} - \vec{q}) \cdot (\vec{m} - \vec{q}) - 2 \cdot t \cdot \vec{d} \cdot (\vec{m} - \vec{q}) + t^2 \cdot \vec{d} \cdot \vec{d} &= \text{radius}^2 \\ t^2 \cdot \vec{d} \cdot \vec{d} - 2 \cdot t \cdot \vec{d} \cdot (\vec{m} - \vec{q}) + (\vec{m} - \vec{q}) \cdot (\vec{m} - \vec{q}) - \text{radius}^2 &= 0\end{aligned}$$

Diesen Term formen Sie nun in eine quadratische Gleichung um, zu der es eine Lösungsformel gibt:

$$t^2 \cdot \vec{d} \cdot \vec{d} - 2 \cdot t \cdot \vec{d} \cdot (\vec{m} - \vec{q}) + (\vec{m} - \vec{q}) \cdot (\vec{m} - \vec{q}) - \text{radius}^2 = 0$$

oder

$$a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0$$

mit

$$\begin{aligned}a &= \vec{d} \cdot \vec{d} \\ b &= -2 \cdot (\vec{m} - \vec{q}) \cdot \vec{d} \\ c &= (\vec{m} - \vec{q}) \cdot (\vec{m} - \vec{q}) - \text{radius}^2\end{aligned}$$

$a$ ,  $b$  und  $c$  sind reelle Zahlen. Die möglichen Lösungen sind dann

$$t1 =$$

$$\begin{aligned}(-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) / (2 \cdot a); \\ t2 = \\ (-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) / (2 \cdot a);\end{aligned}$$

Die Zahl der Lösungen läßt sich durch die Diskriminante

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

bestimmen.

$$D < 0$$

bedeutet keine Lösung,

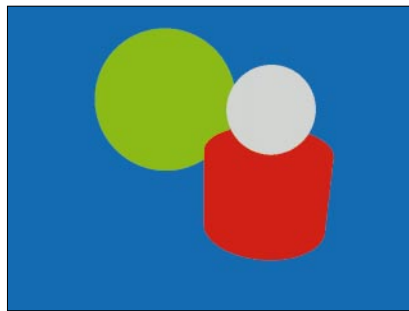
$$D = 0$$

eine Lösung und

$$D > 0$$

zwei Lösungen.

Diese  $t1$  und  $t2$ , eingesetzt in die Gleichung der Halbgeraden, ergeben dann wieder einen oder mehrere Schnittpunkte.



**DAS AMBIENTE LICHT** läßt die Oberfläche der Körper in der Eigenfarbe erscheinen.

Wie Sie im folgenden sehen, benötigen Sie beim Raytracing auch immer die Oberflächennormale an einem Schnittpunkt. Bei der Ebene steht diese immer fest. Bei der Kugel erhalten Sie sie, indem Sie die Differenz des Ortsvektors eines Schnittpunkts und des Kugelmittelpunkts normalisieren, also: der normalisierte Vektor zu  $(\vec{s} - \vec{m})$ .

Natürlich benötigen Sie im Raytracing-Programm nur die endgültigen Formeln, die aber ohne ihre Herleitung kaum nachvollziehbar sind. Wie Sie sehen, sind einige geschickte Umformungen notwendig, die zudem Rechenzeit sparen. Deshalb speichert jedes Raytracing-Programm zum Beispiel zu einem Kugelobjekt nicht nur den Radius, sondern auch gleich dessen Quadrat. Denn nur damit rechnet das Programm.

## ■ Beleuchtung berechnen

Nachdem Sie nun Schnittpunkte berechnen können, bleibt noch der zweite wichtige Punkt des Raytracing: die Berechnung der Beleuchtung. Diese Rechenverfahren klären, wie sich das einfallende Licht und die Oberflächeneigenschaften auf den visuellen Eindruck auswirken.

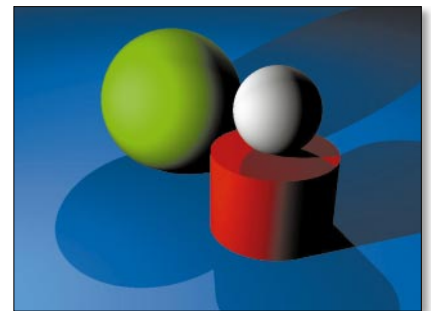
Der erste Einflußparameter ist das sogenannte **ambiente Licht**, ein überall in der mathematischen Welt gleichstarkes Licht. Dieses läßt die Oberfläche der Körper überall in ihrer Eigenfarbe erscheinen.

Bei den folgenden Berechnungen für die Beleuchtung müssen Sie vorher für jeden Schnittpunkt feststellen, ob und wie stark er von den Lichtquellen bestrahlt wird. Der einfachste Fall einer Lichtquelle – und der vorerst hier verwendete – ist eine punktförmige Lichtquelle ohne räumliche Ausdehnung.

Um festzustellen, ob eine Lichtquelle einen Punkt beleuchtet, berechnen Sie einen sogenannten Schattenstrahl. Dieser stellt eine Halbgerade vom Schnittpunkt in Richtung der Lichtquelle dar.

Nun berechnen Sie die Schnittpunkte der Objekte mit dem Schattenstrahl. Wenn es Schnittpunkte mit undurchsichtigen Objekten gibt, liegt der Schnittpunkt im Schatten, bei teilweise durchsichtigen Objekten vermindern deren Transparenz und Farbe das Licht der Quelle.

Wenn nun eine Lichtquelle einen Punkt beleuchtet, kommen noch zwei weitere Eigenschaften hinzu, die von der Stärke des einfallenden Lichts und von der Oberfläche des beleuchteten Körpers abhängen.

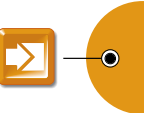


**DIE STREUREFLEXION** läßt die Objekte viel lebendiger im dreidimensionalen Raum erscheinen.

Die wichtigste der Beleuchtungsrechnungen ist die Streureflexion. Diese entsteht durch eine gleichmäßige Reflexion von Licht an kleinsten Partikeln und Inhomogenitäten der Objektoberflächen. Das mathematische Modell berechnet diesen Sachverhalt mit dem Lambertschen Kosinussatz:

*Die Intensität des reflektierten Lichts an einer Stelle ist durch die Oberflächennormale dieses Punkts und der Einfallrichtung des einfallenden Lichts bestimmt.*



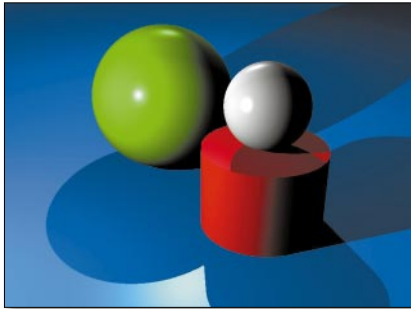


Die Einfallsrichtung des Lichts erhalten Sie durch die vektorielle Subtraktion der Lichtquellenposition und des Schnittpunkts. Wenn Sie diesen Vektor normalisieren, berechnen Sie die Intensität der Streureflexion mit

$$L_s = \vec{n} \cdot \vec{r}$$

$\vec{n}$  stellt die Normale und  $\vec{r}$  die Einfallsrichtung dar.

Weiterhin berücksichtigen Sie die so-



**DIE SPIEGELNDE REFLEXION** sehen Sie wie Glanzlichter als helle Punkte auf Billardkugeln.

genannte spiegelnde Reflexion. Sie entsteht dadurch, daß sich die Lichtquellen selbst, die in der Realität eine endliche Ausdehnung besitzen, auf der Kugeloberfläche spiegeln. Sie können die spiegelnde Reflexion, auch Glanzlichter genannt, zum Beispiel als helle Punkte auf Billardkugeln beobachten. Jeder Arbeitsschritt schafft realistischere Welten im dreidimensionalen Raum.

Da Sie keine Lichtquellen endlicher Ausdehnung vorliegen haben, erschaffen Sie dieses Phänomen anderweitig. Hierzu spiegeln Sie den Lichtstrahl des einfallenden Lichts an der Oberfläche der Körper: Sie berechnen den Kosinus des Winkels zwischen dem gespiegelten Vektor und dem, den Sie gerade verfolgt haben und mit dem Sie auch den gerade zu behandelnden Schnittpunkt berechnet haben. Sind dieser Kosinus – und somit auch der Winkel – in einer gewissen Toleranz wie zum Beispiel  $\pm 10$  Grad, dann haben Sie an dieser Stelle ein Glanzlicht.

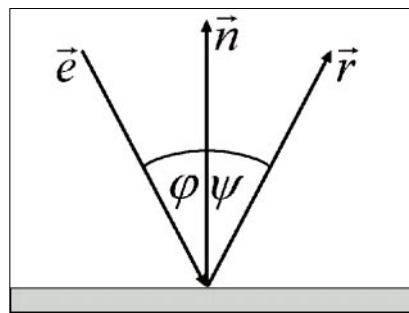
Die Intensität errechnen Sie, indem Sie den Kosinus mit einer relativ großen ganzen Zahl potenzieren. Meistens liegen diese Zahlen im Bereich von 10 bis 100. Die Farbe des Glanzlichts ist, da es sich um das Spiegelbild der Lichtquelle handelt, unabhängig von der Farbe des Körpers. Die Berechnung der Glanzlichter weicht von der physikalischen Realität ab, liefert aber trotzdem realistische Ergebnisse.

## ■ Reflexion und Lichtbrechung

Wenn ein Lichtstrahl den Körper anschnidet und Licht dabei reflektiert, spiegeln Sie den Lichtstrahl an seiner Oberfläche und berechnen für die resultierende Halbgerade die Farbe rekursiv.

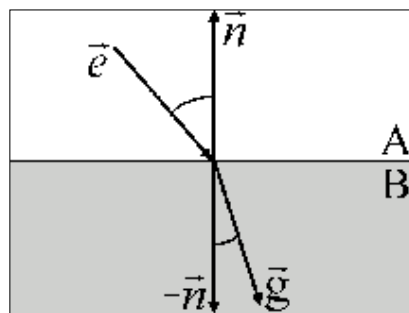
Die Spiegelung eines Richtungsvektors an einer Oberfläche erhalten Sie mit relativ einfachen Mitteln: Wenn  $\vec{e}$  der einfallende Strahl ist,  $\vec{n}$  die Oberflächennormale, so gilt für den reflektierten Strahl

$$\vec{r} = \vec{e} - (\vec{e} \cdot \vec{n}) \cdot 2 \cdot \vec{n}$$



Bei der Transmission, der Lichtbrechung, ist außer dem Anteil des Lichts, das durch das Material dringen kann, noch das Verhältnis der sogenannten Brechzahlen von Interesse. Die Brechzahl ist ein Maß, wie stark Licht abgelenkt werden kann. Wasser hat zum Beispiel eine höhere Brechzahl als Luft.

Dringt ein Strahl von einem Medium A in das Medium B ein



berechnet sich die Richtung des gebrochenen Strahls wie folgt:

$$b = \text{Brechzahl Medium A} / \text{Brechzahl Medium B}$$

$$s = -\vec{e} \cdot \vec{n}$$

Ist der Term

$$(1 - b^2 \cdot (1 - s^2))$$

kleiner Null, tritt der Fall der sogenannten Totalreflexion auf. In diesem Fall existiert kein gebrochener Strahl, sondern das Licht wird an der Oberfläche reflektiert und der Strahl auch dementsprechend behandelt. Dieses Phänomen

ist zum Beispiel an den Rändern von Luftblasen unter Wasser zu beobachten.

Ist dieser Term aber größer oder gleich Null, dann berechnen Sie den resultierenden Vektor mit

$$\vec{g} = b \cdot \vec{e} + (b \cdot s - \sqrt{1 - b^2 \cdot (1 - s^2)}) \cdot \vec{n}$$

## ■ Die Beleuchtungsgleichung

Diese Erkenntnisse lassen sich in einer großen, auf den ersten Blick schwer überschaubaren Gleichung zusammenfassen. Beim zweiten Hinsehen wird aber schnell klar, woher die Terme stammen: Für die Intensität  $I$  eines Farbkannels, die es hier in Rot, Grün und Blau gibt, gilt jeweils:

$$I = I_a \cdot K_a \cdot O_f +$$

Für jede beleuchtende Lichtquelle gilt:

$$[-K_d \cdot O_f \cdot (\vec{n} \cdot \vec{p}) + K_s \cdot (\vec{n} \cdot \vec{p})^2 + K_r \cdot I_r + K_t \cdot I_t]$$

$I_a$ ,  $I_r$  und  $I_t$  kennzeichnen die Intensitäten des ambienten Lichts und der reflektierten bzw. transmittierten Strahlen. Die Koeffizienten  $K_d$ ,  $K_s$ ,  $K_r$  und  $K_t$  (sprich der Prozentsatz) bestimmen Streureflexion, Glanzlichter, Reflexion und Transmission.

$\vec{p}$  bezeichnet den Strahl vom Schnittpunkt zur Lichtquelle und  $\vec{n}$  den gespiegelten Vektor des zu verfolgenden Strahls.  $O_f$  gibt als Teil der Materialeigenschaften eines Körpers an, wieviel Licht des entsprechenden Kanals absorbiert wird. Prinzipiell müßten Sie für jeden Farbkanal im RGB-Farbsystem, mit dem Sie arbeiten wollen, diese Gleichung lösen. Das ist aber kein Problem, da die Koeffizienten alle gleich sind.

Im Sourcecode des Raytracers erkennen Sie genau die einzelnen Terme der Beleuchtungsgleichung. Den Teil *Für jede beleuchtende Lichtquelle* finden Sie als *for*-Schleife und Schattentest zusammen mit den weiteren Implementationen in

```
void RTCamera ::
RecursiveRaytracing(...).
```

## ■ Die Implementation

Bei der Implementation eines Raytracers, den Sie in den nächsten zwei Ausgaben noch erweitern werden, planen Sie genau, wie die Code-Teile zusammenhängen und wirken sollen. Es bietet sich auf jeden Fall eine objektorientierte Variante an, da Sie Vererbungshierarchien bei Primitiven nutzen, denen Sie später noch neue hinzufügen. Damit bleibt die Gliederung übersichtlicher.



Als Grundbaustein nutzen Sie die Objektbasisklasse *RTObject*: mit Methoden, um Materialinformation zu setzen, Transformationen anzuwenden und Schnittpunkte zu erfragen. *RTPlane* ist die Ebenenklasse, die die Methoden für das Primitiv implementiert. *RTSphere* implementiert die Klasse des Kugelprimitivs.

Eine zweite Objekthierarchie stellen die Lichtquellen dar, von denen es zwar bisher nur eine Klasse gibt, aber weitere geplant sind: *RTLighSource* mit Methoden für die Transformationsanwendung und den Schattentest. *RTPointLight* implementiert die punktförmigen Lichtquellen.

Zusätzlich nutzen Sie die Kameraklasse *RTCamera* mit kameraspezifischen Operationen und der rekursiven Raytracing-Prozedur.

Die letzte Klasse *RTScene* umfaßt die mathematische Welt mit ihren Informationen wie Kamera, Objekte und Lichtquellen.

## ■ Mathematische Welten

Im letzten Teil legen Sie eigene 3D-Welten an. Denkbar ist zum Beispiel, Objekte fest im Programmcode zu verankern, was aber schwierig ist. Darum verwenden Sie am besten eine Skriptsprache wie eine eigene Programmiersyntax, die auf die Beschreibung von Raytracing-Szenen zugeschnitten ist.

Dazu benötigen Sie einen Programmteil, der diese Skriptsprache interpretiert und die Objekte erzeugt. Diesen Teil finden Sie im Sourcecode in der Datei *parser.cpp*.

Szenenbeschreibungen in diese Skriptsprache bilden Blöcke mit einem Blockbezeichner und Daten. Manche dieser Blöcke sind Bestandteil anderer Blöcke. Kommentare in Blöcken begrenzen Sie wie in C durch */\** und *\*/* oder bringen sie in *//*-Zeilen unter. Vek-

toren geben Sie in eckigen Klammern an wie *<x1, x2, x3>*, Zahlen ohne Klammern. Der erste Block definiert die Kameraoptionen:

```
camera
{
  position <5.0,-20.0,18.0>
  look_at < 0.0,0.0,0.0> //K.ziel
  up < 0,0,-1> //Kamera oben?
  fov 25.0 //Öffnungswinkel
  aspectratio 1.333333
  //Breite/Höhe des Bildschirms }
```

Lichtquellen definiert diese mathematische Welt im Block

```
light
{
  position <-5.0,0.0,10.0> //Ort
  color < 0.5,0.5,0.5> //L.Farbe
}
```

Ein weiterer Block ist das Material. Die Skriptsprache kennt zuerst das *defaultmaterial*. Dieses definieren Sie an einer beliebigen Stelle im Skript und weisen es jedem neuen Primitiv zu, wenn Sie dafür keine expliziten Materialinformationen angeben.

Die einzelnen Parameter eines Materialblocks sind:

```
defaultmaterial
{
  rgb < 0.5, 0.5, 0.5> //RGB-Farbe
  reflection 0.5 // Reflexkoeff.
  refraction 0.0 // Transparenz
  diffuse 0.5 // Reflex.Koeffiz.
  ambient 0.0 // Reflex.Koeffiz.
  specular 1.0 // Koeffiz.für
  // spiegelnde Reflexion
  pow 50.0 // Potenz dafür
  ior 1.0 // Brechzahl-Material
}
```

Ein Kugelprimitiv erzeugen Sie mit folgenden Zeilen:

```
sphere
{ < x1,x2,x3>, Radius (Zahl) }
```

Wollen Sie für ein Primitiv nicht das *defaultmaterial* verwenden, fügen Sie einen eigenen Materialblock ein:

```
sphere
{ < x1,x2,x3>, Radius (Zahl)
  material
  { ... // Daten wie oben }
}
```

Eine Ebene erzeugen Sie mit folgendem

Block, wobei die drei Vektoren die Antragspunkte sind:

```
plane
{< 0.0, 0.0, 0.0 >,
 < 1.0, 0.0, 0.0 >,
 < 0.0, 1.0, 0.0 > }
```

Weitere Blöcke, die Sie einem Primitiv noch zuordnen können, enthalten Angaben über zusätzliche Transformationen. So können Sie ein Primitiv nachträglich skalieren, drehen oder verschieben. Die Befehle, die Sie wie das *material* in den Primitivblock einbauen, lauten:

```
rotate < Vektor> // Drehung
translate < Vektor> //Schiebung
scale float // Skalierung
```

Mit dieser Skriptsprache können Sie experimentieren. Alle Bilder für diesen Artikel berechnen Sie mit dem Raytracingprogramm. Skriptdateien dazu finden Sie in den Sourcecodes.

Wenn Sie den Raytracer starten, kann es Stunden dauern, bis das Programm komplexe mathematische Welten berechnet und am Bildschirm dargestellt hat. Diese Arbeit wollen Sie nicht dadurch verwerfen, daß das Programm zu Ihrem Desktop schaltet.

Deshalb haben wir das Basissystem, aufbauend auf vorhergehenden Ausgaben von PC Underground, um eine *bmp*-Speicher-Routine erweitert. Lassen Sie sich überraschen, welche weiteren Features die beiden folgenden Ausgaben vorstellen werden. ET

Die kompletten Quelltexte finden Sie auf der Heft-CD im Verzeichnis *praxis\pc-under* und auf unserer Web-Site

[www.pc-magazin.de/magazin/extras.htm](http://www.pc-magazin.de/magazin/extras.htm)

Klicken Sie in der Tabelle *Online Extras* unter *Praxis* auf das entsprechende *Download*-Feld.

**Literatur:** J. D. Foley, Andries van Dam, S. K. Feiner, J. F. Hughes, R. L. Philips: Grundlagen der Computergrafik, Addison-Wesley-Verlag 1994, 600 Seiten, 99 Mark, ISBN 3-893-19-647-1

### raytrace.rechne

```
1: for (jeder Pixel des Bildes)
2: {Ermittle "ray" durch Pixel
3: pixelfarbe=Raytrace(ray,1);}
4: Farbe Raytrace(Vektor ray,
5: int Rekursionstiefe)
6: {if (Objekt getroffen)
7: {Rechne Schnittpunkt+Normale,
8: hole Materialinformation
9: Aktuelle Farbe = ambientes Licht
10: for (jede Lichtquelle)
11: {Prüfe, ob/wie die Lichtquelle die
12: Oberfläche im Schnittpkt. beleuchtet
13: Akt.Farbe += diffuse+spiegel Reflex
14: }
15: if (Rekurs.tiefe <max.Rekurs.tiefe)
16: {if (Objekt reflektiert)
17: {rRay = reflektierten Strahl
18: // rekurs. Aufruf:
```

```
19: SpiegelFarbe = Raytrace
20: (rRay, Rekurs.stiefe + 1)
21: Aktuelle Farbe += SpiegelFarbe
22: mit Spiegelungskoeffizient skaliert
23: }
24: if (Objekt ist transparent)
25: {tRay = gebrochener Strahl
26: // rekurs. Aufruf:
27: TransparenzFarbe =
28: Raytrace(tRay, Rekurs.stiefe + 1)
29: Aktuelle Farbe += TransparenzFarbe
30: mit Spiegelungskoeffizient skaliert
31: }
32: }
33: } else return Hintergrundfarbe;
34: }
35:
```

Die Berechnungsroutine veranschaulicht der Pseudocode *raytrace.rechne*.