



Rendern mit Algorithmen

Poppige Polygone

Polygonnetze sind die **Grundlage der Computergrafik**. Gestalten Sie Grafiken mit grundlegenden Algorithmen, um mit Direct3D oder OpenGL perfekt rendern zu können.

CARSTEN DACHSBACHER

3D-Grafiken rendern Sie mit Objektmodellen, die aus Dreiecksnetzen aufgebaut sind. Um visuelle Fehler beim Rendering auszuschließen, müssen Sie hohe Anforderungen an die Topologie der Dreiecksnetze stellen.

Mit Polygonnetzen stellen Sie in der Computergrafik eine Oberfläche mit Details und schnellen Renderingtechni-

■ Tessellierung

Polygone können in beliebiger Form und Anzahl von Eckpunkten auftreten, einfach gesagt als Vielecke. 3D-Beschleuniger rendern jedoch nur Dreiecke, in die Sie die Polygone zerschneiden müssen. Tessellierung bezeichnet den Prozess, wenn Sie ein Polygon in mehrere aufteilen. Die meisten 3D-Modelling-Programme liefern Dreiecksnetze, bei denen eine Tessellierung nicht zweckmäßig ist, allerdings gibt es auch andere Quellen von 3D-Daten wie von Scannern. Wenn Programme Polygone generieren, bezeichnet man dies als prozedurales Modelling. Auch 3D-Scanner liefern Polygondaten.

Beim Rendern von Landschaften liegt anfangs nur eine zweidimensionale Karte mit Höheninformationen vor. Daraus Polygondaten zu erzeugen, ist auch eine Form des prozeduralen Modellings. Sie tessellieren Polygonnetze zu Dreiecksnetzen, weil die Grafik-APIs OpenGL und Direct3D so arbeiten. Wenn Sie das

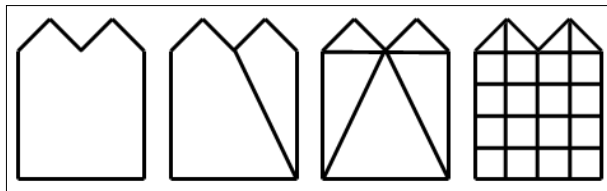
• oder die Fläche in annähernd gleich große Flächen unterteilt werden soll, um Schatteneffekte oder Radiosity-Berechnungen durchzuführen.

Ein robustes Programm zu schreiben, das für alle denkbaren Polygonnetze funktioniert, ist schwierig. Das liegt an den vielen Spezialfällen, die auftreten können. Eine weitere Schwierigkeit bei geometrischen Algorithmen sind Rundungsprobleme. Funktionierende Algorithmen mit Sourcecodes finden Sie in unseren Literaturangaben und Links (unten).

Sie können es sich leichter machen, wenn Sie sich auf zwei Dimensionen beschränken. Dazu projizieren Sie das Polygon auf eine Ebene. Meistens genügt eine der drei Ebenen, die durch das Koordinatensystem aufgespannt werden. Wählen Sie diejenige Ebene, auf der das zweidimensionale Pendant die größte Fläche hat. Schwierig wird es, wenn das Polygon in sich verdreht ist: Das projizierte Polygon kann Kanten besitzen, die sich gegenseitig schneiden.

■ Schattierungsprobleme

Um 3D-Polygonnetze darzustellen, die aus Vierecken bestehen, müssen Sie sie in Dreiecke konvertieren. Konvexe Vierecke können Sie in zwei Dreiecke aufteilen, indem Sie sie an einer der beiden Diagonalen trennen. Wenn ein Viereck konkav ist (nach innen gewölbt), schneiden Sie es an der Schnittdiagonalen in



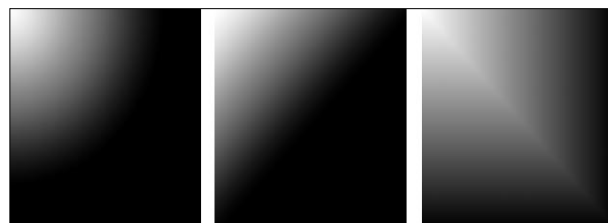
HIER SEHEN SIE VERSCHIEDENE Arten der Tessellierung.

ken dar. Dreiecksnetze sind ein Spezialfall der Polygonnetze: Sie setzen sich aus konvexen oder konkaven Vielecken zusammen. Dreiecksnetze lassen sich mit 3D-Beschleunigern zeichnen, bei parametrischen Flächen – wie den Bézier-Patches – bedarf es einer vorausgehenden Approximation (Annäherung) der Fläche durch Dreiecke.

Der Detailreichtum hängt vom Blickwinkel und der Entfernung zum Betrachter ab. Um Details eines 3D-Objekts mit 10 000 Dreiecken sehen zu können, muss das Objekt sich in kurzer Distanz zum Betrachter befinden. Doch betrachten Sie das Objekt von weitem, genügt eine gröbere Repräsentation des Objekturnisses. Es genügen dann vergrößernde Objekte mit wenigen 100 Polygonen.

Sie beschleunigen Ihre 3D-Grafik, indem Sie Details weglassen.

Im folgenden zeigen wir Ihnen Schritt für Schritt, wie Sie vorgehen müssen, um schöne Dreiecksnetze zu erhalten.



DIE WAHL DER DIAGONALEN entscheidet über die korrekte Beleuchtung der Quadrate.

Polygonnetz zu Dreiecken tessellieren, spricht man von Triangulierung.

Polygone sollten Sie auch tessellieren, • wenn der Renderer nur konvexe Polygone beherrscht,

zwei Dreiecke.

Das Bild oben zeigt ein Quadrat, das links mit Raytracing dargestellt und schattiert ist. Die anderen Quadrate wurden mit einem 3D-Beschleuniger

gezeichnet. Das mittlere Quadrat wurde entlang der Diagonalen von links unten nach rechts oben aufgeteilt.

Mit verschiedenen Ansätzen entscheiden Sie sich für die richtige Diagonale, wobei Sie geeignet gewählte Differenzen minimieren. Wenn Sie über keine Attribute wie Farbe oder Normale verfügen, wählen Sie die kürzere der beiden Diagonalen. Kennen Sie die Farb- oder Helligkeitswerte an den Eckpunkten, entscheiden Sie sich für die Diagonale mit dem geringeren Helligkeitsunterschied der Eckpunkte.

Bei Landschaftsmodellen liegen Daten einer zweidimensionalen Karte mit Höheninformationen vor, mit der Sie ein Netz von Rechtecken aufbauen. Diese müssen Sie zum Zeichnen wieder in Dreiecke umwandeln. Auch hier ist es nicht sinnvoll, entlang der gleichen Diagonale zu teilen. Als Kriterium können Sie den Höhenwert an den Eckpunkten oder den Winkel zwischen den resultierenden Polygonen heranziehen.

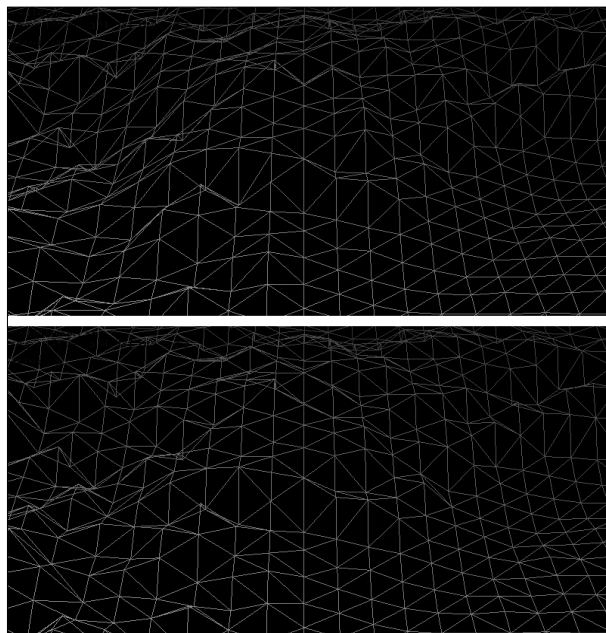
Das Bild oben rechts teilt alle Rechtecke entlang derselben Diagonale auf. Im unteren Teil wurde entlang der Diagonalen mit geringerem Höhenunterschied geteilt. Rechts im Bild wird der Punkt *b* von den unteren Dreiecken verwendet, im Quadrat daneben ist er nicht beteiligt. An diesem Punkt treten T-Vertizes auf: Die Kanten um den Knoten *b* haben die Form eines *T*. Beheben können Sie das nur, indem Sie die T-Vertizes identifizieren und das obere Rechteck tessellieren.

Konsolidierung

Die Tessellierung liefert Ihnen viele Dreiecke, die Sie rendern können. Um schneller und besser zu rendern, suchen Sie Verbindungen und Gemeinsamkeiten von Polygonen. Dieser Vorgang heißt Konsolidierung.

Effizient ist es, Polygone zu Polygonnetzen zu gruppieren. Ein solches Netz besteht aus Vertizes und Polygonkanten. Die meisten Vertizes werden nicht nur einmal benötigt, sondern sind Bestandteil mehrerer Polygone. Diese Netze bringen eine Reihe von Vorteilen für das Rendering mit sich:

- Sie benötigen weniger Platz, da Sie mehrfach verwendete Knoten nur einmal speichern müssen.
- Sie müssen weniger Vertizes beim Rendering transformieren. Unterstützung beim Rendering solcher Netze erhalten Sie durch *vertex buffers* in Direct 3D oder *vertex arrays* in OpenGL.



DIE RICHTIGE WAHL der Diagonalen verbessert das Ergebnis beim Landschaftsrendering.

- **Backface Culling** (von hinten sehen) erhöht die Geschwindigkeit. Dabei gehen Sie davon aus, dass Ihr Polygonnetz eine geschlossene Oberfläche bildet, also ein solider Gegenstand (Kugeln oder Würfel) modelliert wurde.

Wenn Sie bei einem Dreieck zwischen Vorder- und Rückseite unterscheiden können, platzieren Sie die Dreiecke mit der Vorderseite nach außen. Der Vorteil: Dreiecke, die Sie von hinten sehen (*Backface Culling*), zeichnen Sie nicht, weil sie durch näher liegende Dreiecke (von vorne zu sehen) verdeckt wären. Polygonnetze, die geschlossen sind, und *Backface Culling* erlauben, werden auch als *manifold* oder *closed* bezeichnet.

Ob ein Polygon von vorne oder von hinten zu sehen ist, entscheiden Sie anhand der Normalen des Polygons. Die meisten 3D-Programme exportieren die Orientierung der Polygone entweder *explizit* durch Angabe einer Normalen oder *implizit* durch eine feste Reihenfolge der Eckpunkte. Meistens sehen Sie ein Polygon von vorne, wobei die Eckpunkte gegen den Uhrzeigersinn angegeben werden. Das nennt man Entscheidung anhand der Normalenrichtung. In diesem Fall sehen Sie die Eckpunkte gegen den Uhrzeigersinn angeordnet, und die Normale zeigt zum Betrachter hin. Sie sehen das Polygon von vorn. Dieser Zusammenhang ergibt sich, da die Richtung der Normalen (Vorzeichen) von der Reihenfolge der Eckpunkte abhängt. Fehlen Informationen über die Orien-

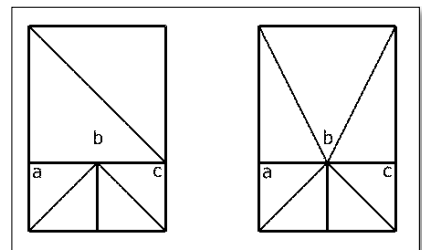
tierung der Polygone, müssen Sie selbst für die Konsistenz der Normalen sorgen.

Sie müssen auch dafür sorgen, dass die Normalen nach außen zeigen. Diese beiden Punkte sind fürs **Backface Culling** und die Beleuchtungseffekte wichtig. Meistens repräsentieren Polygonnetze eine gekrümmte Oberfläche, besitzen aber keine Normalenvektoren an den Vertizes. Manchmal stoßen verschieden gekrümmte Oberflächen aneinander. Dann achten Sie beim Generieren von Normalen darauf, dass ei-

ne solche Kante nicht verschwindet.

Im Bild sehen Sie den Punkt, den Sie beachten müssen, damit die Kante bei der Beleuchtung erhalten bleibt. Polygone müssen Sie entsprechend der Oberflächenteile, zu denen Sie gehören, gruppieren. Solche Gruppen bezeichnet man als *Smooth Groups*.

Diese Aufgaben stellen sich, wenn Sie 3D-Objekte perfekt zeichnen wollen.

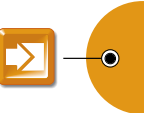


T-VERTICES ENTSTEHEN durch falsche Tessellierung.

Sie lösen diese Aufgabe, indem Sie die folgenden Stichpunkte abarbeiten.

- Sie bilden einer Kantenliste mit einem Verweis auf Polygone.
- Sie suchen Gruppen aneinanderliegender Polygone.
- Sie gewährleisten die Konsistenz der Orientierung innerhalb der Gruppen.
- Sie stellen fest, was inner- und außerhalb des 3D-Modells ist.
- Sie bestimmen die *Smooth Groups*.
- Sie bilden daraus Polygonnetze.

Was sich hinter diesen Punkten versteckt, erläutern wir in den weiteren De-



tails. Für diese Arbeit liegen die Polygone bereits tesselliert vor.

Liegen zum Beispiel Daten für *Smooth Groups*, Konsistenz oder Orientierung vor, sparen Sie sich die entsprechenden Arbeitsschritte. Zuerst listen Sie alle Kanten in den Polygonen auf. Für jede Kante speichern Sie Verweise auf die Polygone. Die Kanten geben Sie durch Start- und Endpunkte an. Wählen Sie den Startpunkt, der die niedrigere x -Koordinate hat, oder bei gleicher x -Koordinate den Punkt mit niedrigerer y -Koordinate. Bei identischen Eckpunkten werfen Sie die Kante weg. Mit ermittelten Start- und Endpunkten beseitigen Sie identische Kanten. So erhalten Sie eine Liste, in der jede Kante nur einmal vorkommt.

Aneinanderliegende Polygone teilen Kanten. Anhand der Nachbarschaftsbeziehungen identifizieren Sie die Polygongruppen. Ein Datensatz kann mehrere dieser Gruppen (Flächen) besitzen. Das Modell der Teekanne besteht aus Gruppen für die Kanne, dem Griff und dem Deckel.

Nun sichern Sie die Konsistenz der Orientierung. Ordnen Sie die Eckpunkte aller Polygone gegen den Uhrzeigersinn. Wählen Sie in jeder Gruppe ein Startpolygon. Überprüfen Sie die Orientierung in jedem Nachbarpolygon. Der Test ist einfach: Beide Polygone haben eine gemeinsame Kante mit einem Start- und Endpunkt. Wenn die Richtung der Kante in beiden Polygonen übereinstimmt, drehen Sie die Orientierung im Nachbarpolygon um. Mit den Nachbarpolygonen verfahren Sie rekursiv weiter, bis Sie alle Polygone der Gruppe geprüft und korrigiert haben. Rekursiv bedeutet, mit den Nachbarwie mit dem Startpolygon zu verfahren.

Ob eine Gruppe von Polygonen ein geschlossenes Netz bildet, stellen Sie folgendermaßen fest: Zählen Sie, wie oft jede Kante in Ihrem Netz vorkommt. Wenn diese Zahl 0 oder geradzahlig ist, ist das Netz geschlossen.

Entscheiden Sie, welche Seite eines Polygonnetzes nach außen zeigen soll. Mit folgender Methode erarbeiten Sie, welche Punkte innerhalb und welche außerhalb des 3D-Objekts liegen. Sie nutzen einen Algorithmus, der fast immer zum Ergebnis führt. Sie müssen die Normalen oder die Orientierung eines Polygonnetzes umdrehen, wenn die Normalen nach innen zeigen. Ob das nötig ist, verrät Ihnen der Algorithmus des *vorzeichenbehafteten* Volumens. Ist

das Vorzeichen negativ, ändern Sie die Orientierung der Polygone.

Das Volumen berechnen Sie so: Zuerst bestimmen Sie die Bounding Box (ein möglichst kleiner Quader im Raum, in dem das Polygonnetz Platz findet). Die einfachste Rechnung führt schon zu ausreichenden Ergebnissen: Sie beschränken sich bei der Berechnung der Bounding Box auf die so genannten *Axis Aligned Bounding Boxes* (AABB). Bei AABBs liegen alle Kanten des Quaders parallel zu den Achsen des Koordinatensystems. Sie können die AABBs durch die jeweils kleinsten und größten x -, y - und z -Koordinaten bestimmen, die in den betrachteten Polygonen vorkommen. Für die weiteren Berechnungen betrachten Sie den Mittelpunkt der Bounding Box. Zeichnen Sie gedanklich für jedes Dreieck des Netzes einen Tetraeder mit dem Dreieck als Grundfläche und dem Mittelpunkt als Spitze. Das Volumen eines Tetraeders berechnen Sie nach der Formel

$$\frac{1}{3} \text{ Grundfläche} \times \text{Entfernung von Spitze und Grundfläche}$$

Die Entfernung enthält das Vorzeichen des Volumens. Dies ist negativ, wenn die Normale zur Spitze zeigt. Die Summe aller Tetraeder-Volumina bilden das Volumen des Dreiecksnetzes. Den Faktor von einem Drittel können Sie weglassen, um Rechenzeit zu sparen. Für Sie ist das Vorzeichen der Summe wichtig, welches sich nicht durch Faktoren ändert.

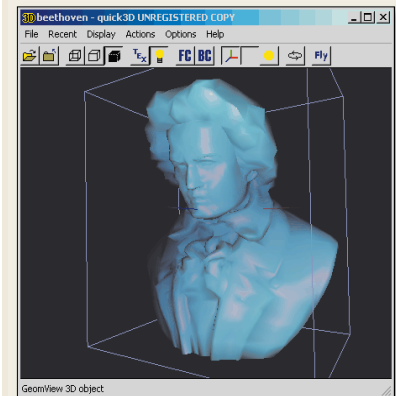
Bilden Sie die *Smooth Groups*, wenn Ihr Modellierungsprogramm diese nicht ausweist. Die Polygone, zwischen deren Normale ein festgelegter Grenzwinkel nicht überschritten wird, gehören zu einer *Smooth Group*. Wenn Sie eine Kante zwischen zwei *Smooth Groups* behalten, spricht man von *edge preservation*: Sie sehen beim Schattieren eine harte Kante. Befinden sich zwei benachbarte Polygone in derselben *Smooth Group*, teilen Sie die Vertex-Normalen entlang ihrer gemeinsamen Kante.

Als Spezialfall stellen Sie sich einen Kegel vor. Dessen Polygone fassen Sie in einer *Smooth Group* zusammen, wenn Sie mit Grenzwinkeln arbeiten. An der Spitze finden Sie nur einen Vertex mit einer Normalen. Renderingfehler in der Beleuchtung kann das Modellierungsprogramm nur lösen, wenn es eine Vertex-Normale liefert oder ein winziges Stückchen von der Spitze abschneidet, um mehrere Vertices zu erzwingen.

Wenn Sie alle Arbeitsschritte durchgeführt haben, fassen Sie das Polygon zu

3D-VIEWER

Um Dreiecksnetze anzulegen und zu ändern, nutzen Sie eine Schnellansicht. Diese liefert die Shareware *quick3D*. Damit betrachten Sie 3D-Modelle in verschiedenen Formaten, zwischen denen Sie konvertieren können. Sie kön-




DAS BETRACHTUNGSPROGRAMM *quick3D* in Aktion

nen die 3D-Modelle beleuchten oder als Drahtgittermodell anzeigen lassen. Mit der Maus bewegen Sie den Betrachter um das Objekt und zoomen stufenlos. Das Programm finden Sie unter www.quick3d.org.

Polygonnetzen zusammen. Meistens können Sie die Shared-Vertex-Struktur verwenden, um die Netze zu speichern. Direct3D und OpenGL unterstützen Sie dabei. Legen Sie eine Liste von Vertices an. Für jeden Vertex speichern Sie seine Koordinate, seine Normale für die Beleuchtungsberechnung und eventuell andere Attribute wie Farbe und Texturkoordinaten.

In einer weiteren Liste speichern Sie für jedes Polygon drei Indizes. Diese Indizes verweisen auf die Vertices in der ersten Liste. Wenn es die Anwendung erfordert, speichern Sie in der Polygonliste Informationen wie die Polygonnormale für das Backface Culling oder einen Verweis, welche Textur zugewiesen wurde.

Nach diesen Vorbereitungen haben Sie ein Polygonnetz, das Sie korrekt beleuchten und zeichnen können.  E T

Literatur:

Narkhede, Atul, Dinesh Manocha, *Fast Polygon Triangulation Based on Seidel's Algorithm*, Graphic www.cs.unc.edu/~dm/CODE/GEM/chapter.html
O'Rourke, Joseph, *Computational Geometry in C* ftp://cs.smith.edu/pub/compgeom